

廖山涛院士的生平与研究工作*

丁同仁 文兰

北京大学教授

廖山涛于1920年1月4日出生在湖南衡山县农村。父亲廖子豪在家务农，粗通诗文和小学算术，对儿子的教育十分严格，常令廖山涛背诵古文和演算四则难题，这给他以后的中学学习打下了坚实的基础。母亲曾平是中国旧式家庭中的贤妻良母，终日勤于家务。这种严父加慈母的家庭熏陶了廖山涛倔强和善良的性格。

1938-1942年期间廖山涛在昆明西南联合大学学习。50年代初留学美国芝加哥大学研究生院，在陈省身教授的指导下获博士学位，继而在美国普林斯顿高等研究所等著名学府从事研究工作。那时廖山涛虽身在美国，事业上一帆风顺，但他的心却向往着祖国的建设。纯洁的爱国心摆脱了异国高薪的引力，廖山涛放弃了著名数学大师N.E.斯廷罗德（Steenrod）在科研上为他安排的工作良机，毅然于1956年回到祖国，任北京大学数学教授。1961年他从代数拓扑学领域转向刚刚兴起的微分动力系统领域，是这一领域的少数几个先驱者之一。他相继提出典范方程组和阻碍集两个基本概念，并以此为核心，形成自己独特的研究体系，为微分动力系统在现代的发展做出了巨大的贡献。1986年廖山涛获得第三世界科学院首次颁发的数学奖，并被选为该院院士。在国内于1982年获国家自然科学二等奖，于1987年获国家自然科学一等奖，1995年荣获何梁何利科技进步奖。

廖山涛于1942年与汪鸿仪结婚，共同抚育了三个儿子。廖山涛先生于1997年6月6日因心脏病突发不幸逝世，享年七十七岁。廖山涛先

* 选自《中国科学技术专家传略》，理学编，数学卷1，河北教育出版社（1996）。

生为我国的数学事业呕心沥血，鞠躬尽瘁，献出了毕生的心血和精力，他一生求索，唯有数学的真谛，他逝世的前一天晚上，仍在研究数学问题，工作到生命的最后一刻。廖先生为祖国数学事业所做的杰出贡献与崇高品质将永远值得缅怀与纪念。

在微分动力系统领域形成独特的研究体系

廖山涛在学术上最突出的成就是在微分动力系统领域。1986年7月2日美国《金山时报》以《第三世界科学院与数学奖》为题刊登的一则通讯曾这样介绍了他的工作：

“……1959年时，他偶然中从一篇介绍国外‘微分动力系统’的文章，预料到这门学科将会有极大的应用价值。当时，他在资料极其缺乏的情况下，凭着他在美国7年留学所得的知识展开了研究工作。20多年来，他先后在《数学学报》等刊物上发表了几十篇论文，提出了两个基本概念，即‘典范方程组’与‘阻碍集’，并以此为核心，形成自己独特的研究体系，从而奠定了他在这门学科中的重要地位。……”

这段通讯写得十分中肯，深得个中三昧。尤其是关于“独特的研究体系”的评论，精炼地概括了廖山涛在微分动力系统领域的工作。

微分动力系统是一门有关系统演化规律的数学学科，着重于整体性和大范围的研究，主要研究的是当系统有某种扰动时，有哪些不变性质，以及其反面，有哪些突变性质。不变性质即各种所谓“稳定性”，突变性质即所谓“分支”直至瞬息万变的“湍流”。这与力学、物理、工程、生物乃至经济都有重要的联系。微分动力系统的现代研究兴起于本世纪60年代初。揭开序幕的是巴西数学家M.裴雪托（Peixoto）在原苏联数学家30年代的工作的基础上所做的二维常微系统结构稳定性的研究。这一重要工作引起了科学界的高度重视，人们

意识到一个新的研究领域正在出现。不久人们也认识到，裴雪托在二维情形的工作在结论和方法两个方面都还不能适用于高维情形，因而需要数学家进行大量的探索。世界上许多优秀数学家，特别是著名数学大师S.斯梅尔（Smale），开始把主要力量投入到这一领域的研究。与此同时，在世界的东方，廖山涛在资料极其缺乏的条件下也开始了他在这一领域的探索和开拓。

部分的是由于资料的缺乏，更主要的是由于治学的思想和观点，廖山涛所采取的研究路线和方法与西方学派相比，有很大程度的不同。我们知道，微分动力系统大致可分为常微系统与离散系统两大类。常微系统的“时间”是连续的，而离散系统的“时间”是离散的。二者在理论上的发展大体平行，许多重要结果也相一致。但二者也有一些重要的区别。比如在常微系统中引起多方面困难的奇点问题，在离散系统中并不存在。正如著名数学家J.福兰克斯（Franks）说过的：常微系统要比离散系统更复杂、更困难一些，因而定理通常首先在离散系统中被证明，而反例通常首先在常微系统中被发现。西方学派多从离散系统入手，取得突破，再向常微系统推广。这种研究方式形成了实力深厚的学派，取得了巨大的成就。不过从学科发展的需要来看，这毕竟不能完全替代对常微系统的直接研究方式。

廖山涛对微动力系统的研究，采取的是对常微系统直接接触的方式。这一点从一开始就决定了他的工作的复杂与困难的程度。与此相适应，他相继从根本上提出了两个基本概念，即“典范方程组”和“阻碍集”，并以此为核心，形成独特的研究体系，与西方学派相辉映，为微分动力系统这一学科做出了重大的贡献。

典范方程组的方法是把流形上常微系统的相图的一部分性质循适当途径化成欧氏空间中通常的常微分方程组来讨论。这是通过活动标架来实现的。这一方法有计算和定量估计上的特有的方便。比如著名的 C^1 封闭引理，起初只断言一段两端非常靠近的轨弧可经适当 C^1 扰动变成周期轨道。而廖山涛则不仅证明了这一可能性，而且证明可使这一周期轨道与原轨弧某一端的距离不大于原轨弧两端距离的某个常数

倍，而这常数不依赖于原轨弧。因此廖山涛所证明的是一个更强的、也许可称之为“有控 C^1 封闭引理”的结果。这基本上就是后来在国外文献中极重要的“遍历 C^1 封闭引理”。用典范方程组还较便于处理常微系统由于奇点的存在对整体相空间分析所带来的多方面困难。一个重要例子是廖山涛所证明的一类重要系统的收缩周期轨道的个数在扰动中的一致有限性。

阻碍集粗略地说是切从上斯梅尔条件的破坏在流形上的集中表现之处。因此阻碍集与斯梅尔条件有密切的联系。但阻碍集的内涵比斯梅尔条件要多。这是因为，若阻碍集不是空集，则可引出所谓极小歧变集这一至关重要的研究对象。廖山涛深入研究了极小歧变集的构造。这一套方法之强有力的一个重要例子，是廖山涛1981年的关于用扰动中系统的周期轨道的个数来刻画3维无奇点系统的 Ω 稳定性的深刻结果。这一结果与当前大家普遍关注的浑沌问题有关，但用其他方法至今看不出有什么办法可以得到。另一重要例子是著名的稳定性猜测。这差不多是微分动力系统几十年来最重要最困难的问题。正如著名数学家M.舒布（Shub）所说：“这一中心问题确实实是中心的。”廖山涛运用他的阻碍集理论，为这一中心问题的最终解决奠定了雄厚的基础。他先后给出了3维和4维无奇点常微系统稳定的特征性质定理，以及高维常微系统稳定性猜测的部分验证。这些都是应用阻碍集的方法得到的。但这里值得更加注意的或许是阻碍集理论本身。

确实，廖山涛对微分动力系统的贡献，不只是具体的结果，而尤其是他提供的理论和方法。其内容宽广而深刻，包含着许多创造性的数学思想。有趣的是，虽然廖山涛的工作结果和我国当时许多科学著作一样，主要是用中文发表的，但一些后来在世界上有很大发展的理论和方法，却可在廖山涛的工作中找到思想的产生之处。比如廖山涛在他1963年关于微分动力系统遍历性的早期工作中，研究了一种积分，后来看出，这就是后来在国外被称作李雅普诺夫特征指数的重要概念。美国著名数学家G.塞尔（Sell）推崇廖山涛的工作是研究特征指数的先驱。又如廖山涛早在1963年就表达了一种观点，即涉及结

构稳定性问题的研究，可能有一部分是拓扑式的，另一部分是统计式的。在他后来关于稳定性猜测的基本工作中，拓扑式的微分动力系统与统计式的遍历论巧妙地结合在一起，成为成功的关键。从那以后，微分动力系统与遍历论的普遍融合和交织，渐渐成为国外离散系统稳定性猜测研究的基本格局。

廖山涛的工作的价值还不仅限于数学本身。我国著名科学家钱学森曾在各种场合充分肯定了廖山涛关于结构稳定性的工作，指出它属于系统科学的一部分。实际上，这也就是后来人们把微分动力系统稳定性为有关系统演化规律的数学学科这一看法的来源。

在代数拓扑学中的研究工作

现在，我们扼要介绍廖山涛在代数拓扑学中所作的一些主要研究工作。

1. 局部同调群是代数拓扑中一个基本的研究工具。廖山涛推广了S.莱夫谢茨（Lefschetz）和R.L.怀尔德（Wilder）对空间子集的局部同调群的运用，引进了新的局部群以及局部上积和卡积，并利用这些新概念统一了流形上经典的H.庞加莱（Poincaré）对偶定理，J.W.亚历山大（Alexander）对偶定理，以及带正则边界的流形上的莱夫谢茨式的对偶定理。另外，他还利用卡积所定义的同构关系引进和研究了所谓慕流形空间，导出了所在空间为一闭曲面的充分条件。

2. 30年代，P.A.史密斯（Smith）建立了周期变换的特异同调论，一时成为研究周期变换仅有的方法。廖山涛首次找到这领域内的别的途径，提出环的概念，建立了空间X的特异同调群的乘法结构和在X上的周期变换T的不动点集F之间的部分联系，并证明了下面新颖的结论：①当X是一紧流形且周期为素数时，F至少包含两个点；②当X是一个n维球以及F同调于2维球时，F是一个2维球；③当X是4维欧氏空间时，F不是空集。

这后一结果乃是对有名的史密斯问题所作的肯定解答。

3. 在纤维丛理论中截面的存在性是引人注目的一个几何问题。解决这类问题通常可归结于有关阻碍类的计算，而这种计算又显得相当复杂。廖山涛对第一层的阻碍类作了适当清理之后，进而运用他自己的“对称化”方法，处理了更为复杂的第二层的阻碍类计算问题。他对球丛的第二层阻碍类证明了两个漂亮的计算公式，从而证明了陈省身和E.H.斯帕尼尔（Spanier）所提的一个猜测。

4. 历史上许多著名的几何学家都曾涉足于拓扑实现问题，即是否可用拓扑变换把一个拓扑空间 X 映射到另一个拓扑空间 Y 中？特别重要的是当 Y 为一欧氏空间 E^m 的情形。例如，陈省身曾证明：一个 n 维的射影球 P^n ，当 $n \neq 2^k - 1$ 和 $n \neq 2^k - 2$ ($k \geq 2$) 时不能通过微分同胚在 E^{n+2} 中实现。对这里的两个例外情形，一般的方法已无能为力。廖山涛用独特的方法解决了其中一个例外的情形，即证明了当 $n = 2^k - 2$ ($k \geq 3$) 时， P^n 也不能通过微分同胚在 E^{n+2} 中实现。事实上，他还进一步作出了实质的发现：当一个可定向的紧微分流形 M^{n+2} 的第1维和第2维法2系数同调群都等于零时， P^n 就不能通过微分同胚在 M^{n+2} 中实现。

治学态度——对自己从严

廖山涛年轻时好读书，年长时爱思索，尤求创新。他很欣赏我国唐宋古文八大家之首韩愈的两句名言“业精于勤，荒于嬉”和“自古为文必己出”。年轻时代他在昆明西山华亭寺内闭门苦读一些拓扑名著，在数学界传为佳话。后来受数学大师陈省身和斯廷罗德的影响很深，在数学研究中强调原始思想。直到后来他在数学研究中进行独具一格的创造，终于做出世界性的贡献。如果只用尽可能少的几个字，也许可将他的治学态度简单概括为“从严”这一句很普通的话。但这句话由于使用得过于广泛，又很难反映出他对自己要求之严厉所达到的近乎苛刻的程度。还在大学阶段，他就喜欢对他认为重要的个别数学书作前后一贯的系统学习。这是指，除开思维有条不紊外，还必须熟悉到一种程度：把书本合起来，书本上的内容在脑子中就要像

放电影一样，不停顿地一幕一幕演出来。这种超强度的学习方式对他的影响实在太深了。在后来一段很长的时间里，他在学习数学专著时，往往先把书略翻一翻，然后看定义、定理的陈述，但对于证明，则要求自己去想，决不许自己轻易去看现成的。正是由于廖山涛多年来这番苦功，才使得他后来有力量在数学研究上独树一帜，进行大片的探索和创造，形成自己独特的研究体系。即使在这以后，他仍然保留着这种强烈的“烙印”。他的学生清晰地记得，他在60岁介绍黎曼（Riemann）几何时，在两个月的课程里他从来没有看一眼讲稿，甚至连定理引理的编号都呼之即出，令学生们惊叹不已。

在数学教学上呕心沥血

30多年来，廖山涛始终坚守人民教师的职责，献身于祖国数学教育事业的发展。

在教学上廖山涛主张启发式和独立思考，以高标准要求自己，也要求学生。他开设的专门化课程，内容丰富，陈述严谨，基础训练扎实，同时也反映了学科的最新动态。曾有人说过，对廖先生的讲课笔记只需稍作整理就是一本可以出版的佳作。他在教学园地中的辛勤劳动培养了一批具有深厚数学根基的学生，他们在动力系统等领域内崭露头角。

廖山涛非常强调首创性对数学研究的重要意义，同时也十分关心实际应用对理论发展的推动作用。例如，他曾对热核反应中的托马克装置发生过浓厚的兴趣，并试图用常微系统为它建立一个稳定的控制模型。另外，他也希望把力学中的湍流现象作为自己理论研究的一个目标。

廖山涛沉静温和，平易近人，热情鼓励和帮助年轻人。在讨论数学问题时总是专心听取大家的意见，思考问题的症结，最后常能一语中的，使人豁然开朗。他不但留心自己的科研，也非常关心相邻科研方向的发展。他曾对北京大学常微分方程的科研规划提出富有远见的

建议，并对新课程的设置和讲授亲自进行指导。廖山涛主张积极的国际学术交流，提倡学习国外先进的东西，但也常与友人和学生谈到，我们中国人有杰出的天赋，在科学技术的研究领域中可以和西洋人进行毫不逊色的角逐。因此，他很鄙视那些妄自菲薄和忘记民族自尊心的思想行为。

廖山涛胸怀坦诚，实事求是，从不夸耀自己的成就，十分淡泊个人的名誉和地位，始终保持着谦让的美德。“一杯清水深知足，默默无言散异香。”这是他书房中一则友人所赠的咏水仙的条幅中的最后两句，它是廖山涛先生一生高尚人品的写照。

简历

- | | |
|----------------|-----------------------|
| 1920年1月4日 | 出生于湖南衡山县 |
| 1935-1937年(冬) | 在长沙高级中学读书 |
| 1938-1941年 | 在西南联合大学肄业 |
| 1942-1945年 | 任中学教师 |
| 1946-1947年 | 任北京大学数学系助教 |
| 1948-1950年 | 任中央研究院数学所助理研究员 |
| 1950-1952年 | 在美国芝加哥大学陈省身教授指导下获博士学位 |
| 1953-1955年 | 在美国普林斯顿高等研究所作博士后 |
| 1956年-1997.6.6 | 任北京大学数学系教授 |

参考文献

- [1] 江泽涵、张素诚。拓扑学，十年来的中国科学（数学部分），北京：科学出版社，1959。
- [2] 吴振德。廖山涛教授的代数拓扑研究工作，数学进展，1989，18（2）：180-183。
- [3] 张筑生。廖山涛教授的微分动力系统研究工作，数学进展，1989，18（2）：184-190。